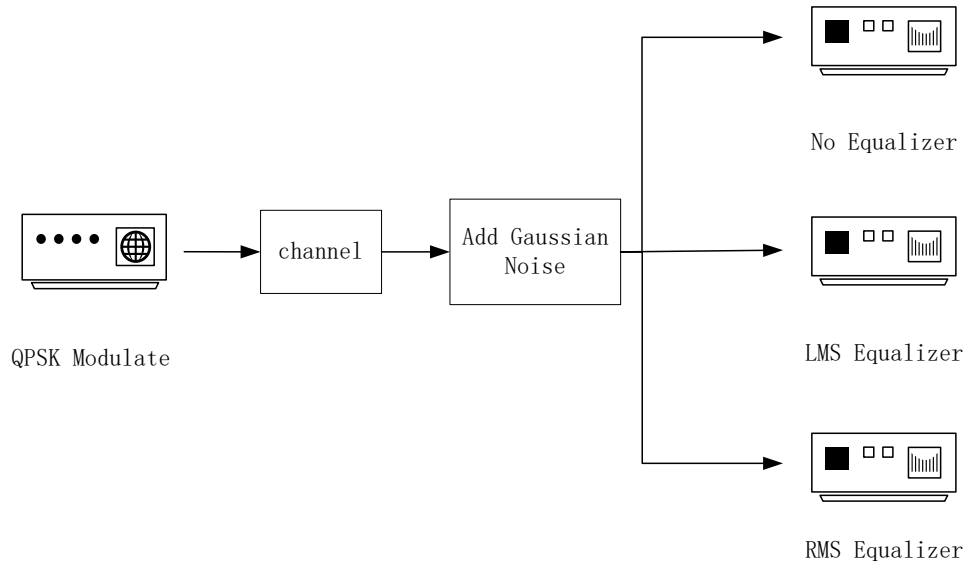


# LMS 和 RLS 算法的性能对比

## Performance comparison of LMS and RLS algorithms

### 1. 仿真模型



图一、水声通信仿真模型

### 2. 调制方式及信道设置

要求：调制方式 QPSK、序列长度 2048、训练序列长度 1024、信噪比范围 5-20dB，比较 LMS 和 RLS 算法的性能，均衡后的均方误差。

#### 2.1 调制方式设置

采用 QPSK 调制方式，二进制序列长度为 2048，二进制转 QPSK 信号对应如下：

$$QPSK\_sequence(k) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} * (-1 - j) & , source(2k - 1: 2k) = [0 \ 0] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} * (1 - j) & , source(2k - 1: 2k) = [1 \ 0] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} * (1 + j) & , source(2k - 1: 2k) = [1 \ 1] \\ \frac{1}{\sqrt{2}} * (-1 + j) & , source(2k - 1: 2k) = [0 \ 1] \end{cases}$$

#### 2.2 信道设置

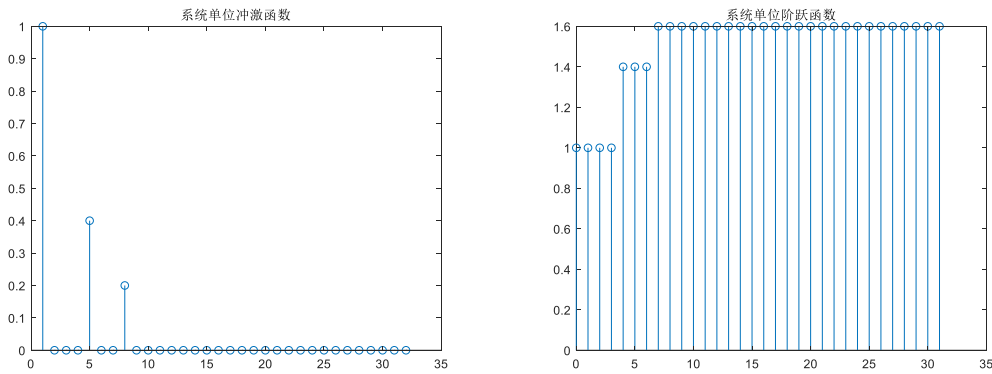
根据要求信道设置如下：

$$H = [1; 0; 0; 0; 0.4; 0; 0; 0.2];$$

可以通过卷积得到调制信号通过信道以后的信号具体如下：

$$Y = \text{filter}(H, 1, X);$$

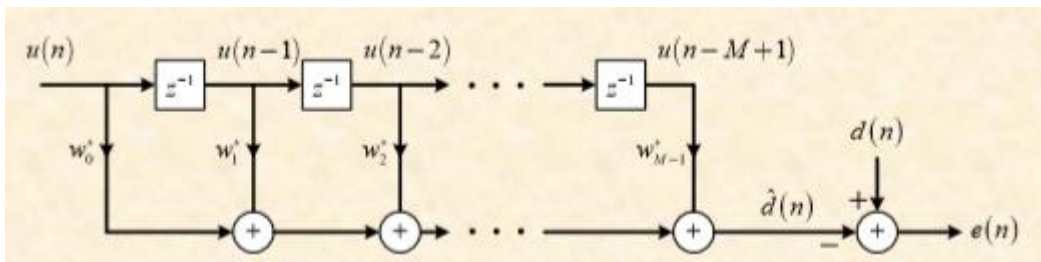
该信道的冲激响应和阶跃响应为。



图二、信道的冲击响应和阶跃响应

### 2.3 LMS 和 RMS 滤波器

自适应滤波，就是利用前一时刻以获得的滤波器参数的结果，自动的调节现时刻的滤波器参数，以适应信号和噪声未知的或随时间变化的统计特性，从而实现最优滤波。



图三、M 个抽头系数的横向滤波器最优权向量

#### 2.3.1 最小均方（LMS）自适应滤波器

LMS 自适应算法是一种特殊的梯度估计，不必重复使用数据，也不必对相关矩阵和互相关矩阵进行运算，只需要在每次迭代时利用输入向量和期望响应，结构简单，易于实现。但 LMS 收敛速度较慢。

LMS 算法的四个性能：一、收敛性；二、收敛速度；三、稳态误差；四、计算复杂度。只有在输入信号具有严格稳定的统计特性时，权向量的最优解是不变的。否则，将会随着统计特性的变化而变化。

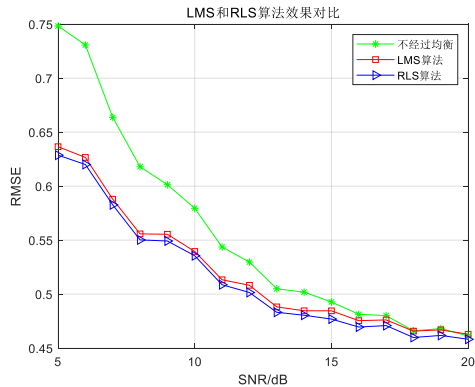
通过不断调整滤波器的抽头系数，使得权重接近最优解。因此自适应算法在平稳条件下的性能表现可以认为是非平稳条件下的一种特殊情况。

#### 2.3.2 递推最小二乘（RLS）滤波器

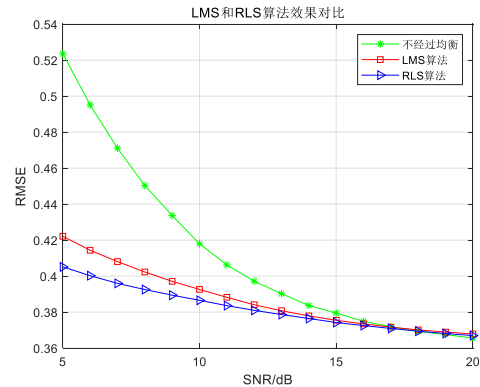
该算法根据有限个观测数据获取最优解，求出如下图所示的 M 个抽头系数的横向滤波器最优权向量。递归最小二乘 (RLS) 算法用迭代算法代替矩阵求逆达到降低运算量的目的。

### 3. 仿真结果

#### ① QPSK 复数调制和载波调制在 RLS、LMS，不同信噪比下的均方误差：



a. 复数调制通过 RMS、LMS 均方误差



b. 载波调制通过 RMS、LMS 均方误差

#### ② 复数调制、载波调制在 [5, 20] 噪声强度下的平均误码率对比

	复数调制	载波调制
不经过均衡	0.5544	0.4124
LMS 算法	0.5205	0.3872
RMS 算法	0.5148	0.3820

#### 分析：

- 1、QPSK复数调制后通过RLS算法相比LMS算法、不经过均衡，均方误差分别降低 1.10%、7.14%。
- 2、QPSK载波调制后通过RLS算法相比LMS算法、不经过均衡，均方误差分别降低 1.26%、7.37%。
- 3、RMS算法的均方误差优于LMS算法的均方误差优于不经过均衡。

通过仿真结果可以看出，均方误差随着信噪比的升高而降低，与理论计算值相符。

#### 结论：

在 QPSK 信号调制中 RMS 算法性能优于 LMS 算法性能，即 RMS 算法均衡后的均方误差小于 LMS 算法均衡后的均方误差。